

balans-degradatsii-zemel-sovremennyi-podhod-k-issledovaniyu-zasushlivyh-regionov-natsionalnom-urovne.

4. Lobkovsky, V.A. Methodological approaches to estimating the time interval for establishing a baseline in order to comparatively assess the dynamics of land degradation [Electronic resource] / V.A. Lobkovsky, G.S. Kust, O.V. Andreeva // Problems of regional ecology. - 2020. - No. 4. - pp. 48-56. - URL: <https://bit.ly/3BolmiH>.
5. Transforming our world: The 2030 Agenda for Sustainable Development [Electronic resource] // United Nations. -2015. - pp. 16-31. - URL: <https://sdgs.un.org/2030agenda>.
6. Achieving Land Degradation Neutrality at the country level. Building blocks for LDN target setting [Electronic resource] // The Global Mechanism of the UNCCD. - 2016. - 29 pp. - URL: https://knowledge.unccd.int/sites/default/files/inline-files/Building%20blocks%20for%20LDN%20target%20setting_0.pdf.
7. Bao, Le Q. Biomass productivity-based mapping of global land degradation hotspots / Q. Bao Le, E. Nkonya, A. Mirzabaev // ZEF Discussion Papers on Development Policy. - 2014. - No. 193. - 57 pp. - URL: <http://hdl.handle.net/10419/106616>.
8. Deng, H. Vulnerability of vegetation activities to drought in Central Asia [Electronic resource] / H. Deng, Y. Yin, X. Han // Environmental Research Letters. - 2020. - Vol. 15. - №. 8. - 12 pp. - URL: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1748-9326/ab93fa/meta>.
9. Gonzalez-Roglich, M. Synergizing global tools to monitor progress towards land degradation neutrality: Trends. Earth and the World Overview of Conservation Approaches and Technologies sustainable land management database [Electronic resource] / M. Gonzalez-Roglich, A. Zvoleff, M. Noon et al // Environmental science & policy. - 2019. - Vol. 93. - Pp. 34-42. - URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1462901118306543>.
10. Jiang, L. Monitoring land degradation and assessing its drivers to support sustainable development goal 15.3 in Central Asia [Electronic resource] / L. Jiang, A. Bao, G. Jiapaer et al // Science of the Total Environment. - 2022. - Vol. 807. - 13 pp. - URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0048969721059465>.
11. Sims, N.C. Developing good practice guidance for estimating land degradation in the context of the United Nations Sustainable Development Goals [Electronic resource] / N.C. Sims, J.R. England, G.J. Newnham et al // Environmental Science and Policy. - 2019. - Vol. 92. - Pp. 349-355. - URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1462901118305768>.

УДК 519.8:631.5

DOI 10.37738/VNIIGIM.2024.55.73.006

МОДЕЛИРОВАНИЕ УРОЖАЙНОСТИ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР

Лихацевич А. П., доктор технических наук
РУП «Институт мелиорации», г. Минск, Беларусь

***Аннотация.** Математическое моделирование зависимости урожайности сельскохозяйственных культур от урожаеформирующих факторов предложено выполнять на основе физического принципа причинно-следственных взаимодействий (causal interaction) в замкнутой физической системе. Приведены результаты реализации модели, позволившей оценить влияние питания, атмосферных осадков и температур воздуха на урожайность сельскохозяйственных культур в условиях Беларуси. Отмечена необходимость дополнения применяемой методики сортоиспытаний сельскохозяйственных культур обязательным контролем за атмосферными осадками и температурами воздуха непосредственно у границ территории возделывания культуры.*

Ключевые слова: урожайность, питание растений, атмосферные осадки, температуры воздуха, причинно-следственные взаимодействия, математическое моделирование.

MODELING THE YIELD OF AGRICULTURAL CROPS

Likhatchevich A. P., Doctor of Technical Sciences
RUE "Institute of Land Reclamation", Minsk, Belarus

Abstract. It is proposed to carry out mathematical modeling of the dependence of the yield of agricultural crops on crop-forming factors on the basis of the physical principle of cause-and-effect interactions in a closed physical system. The results of the implementation of the model are presented, which made it possible to assess the influence of nutrition, precipitation and air temperatures on the yield of agricultural crops in the conditions of Belarus. The need to supplement the applied methodology for variety testing of agricultural crops with mandatory monitoring of precipitation and air temperatures directly at the borders of the crop cultivation area is noted.

Key words: yield, plant nutrition, precipitation, air temperature, cause-and-effect interactions, mathematical modeling.

Введение. В настоящее время теоретической основой представления результатов исследований в сельскохозяйственной науке являются математическая статистика и теория вероятности с применением эмпирических форм обобщения опытных данных. Причем для цифровизации результатов влияния урожаеформирующих факторов на урожайность используются, в основном, два способа: либо привлекаются эмпирические уравнения произвольной структуры, зависящей от субъективных предпочтений их автора [7 и др.], либо используется метод множественной нелинейной регрессии [6 и др.].

Например, Р.И. Пенькова (2023) с использованием метода множественной нелинейной регрессии получила уравнение в виде полинома второй степени [6]:

$$Y = a + b h + c N + d h^2 + e N^2 + f N h, \quad (1)$$

где Y – урожайность моркови, т/га; a, b, c, d, e, f – численные эмпирические коэффициенты, соответствующие опытным данным; h – глубина промачивания почвы, м; N – доза внесения минерального азота, как лимитирующего элемента плодородия почвы, кг д. в./га.

По данным полевых исследований автором подобраны численные значения эмпирических коэффициентов (a, b, c, d, e, f), разные для двух вариантов распределения посевного материала в посевной ленте (С1 – равномерного, С2 – с увеличением на 10% в крайних строках и снижением на 10% по центру ленты). Коэффициенты детерминации при расчете урожайности моркови по уравнению (1) составили для 1-го варианта 0,94, для 2-го – 0,95 (таблица 1) [6].

Поскольку добавление третьей переменной (С) чрезвычайно усложняет структуру полинома (1), найдена замена в виде использования численных коэффициентов (таблица 1) для двух значений переменной (С1 и С2). Таким

образом, в результате обобщения результатов трехфакторного эксперимента получено уравнение с двенадцатью численными эмпирическими коэффициентами.

Таблица 1 – Параметры уравнений поверхности отклика по уравнению (1)

Способ посева	a	b	c	d	e	f	Коэффициент детерминации
C1	-226,19	412,22	2,08	-521,11	-0,004	0,11	0,94
C2	-201,10	331,78	2,04	-469,44	-0,004	0,29	0,95

Называть такое уравнение «математической моделью» зависимости урожайности моркови от трех урожаеформирующих факторов нет оснований, так как неоднократно было показано, что подобные формулы при любом коэффициенте детерминации не являются действительными математическими моделями исследуемых процессов, поскольку не имеют физического смысла, а представляют собой лишь формальное математическое сглаживание данных конкретных экспериментов [1]. Можно констатировать, что с использованием метода множественной нелинейной регрессии можно получить только частное решение, причем с ограниченным числом переменных (не более трех – урожайность, пища, вода; добавление еще одной переменной – способ посева – принципиально усложняет методику построения расчетной зависимости).

Математическая модель урожайности. Известно, что математическая модель объекта исследований – это математическое выражение, содержательно отражающее свойства изучаемого объекта. При построении такой модели должны быть обязательно учтены следующие условия: *необходимым условием* является соответствие предлагаемых эмпирических зависимостей закономерностям, объективно установленным в опытах; *достаточное условие* состоит в соблюдении баланса размерностей всех показателей, в том числе и эмпирических коэффициентов, входящих в предлагаемые формы связи.

Как известно, наилучшей основой при построении математической модели любого объекта исследований является известный физический закон (принцип), с применением которого можно наиболее точно охарактеризовать поведение данного объекта. Например, зависимость урожайности любой сельскохозяйственной культуры от урожаеформирующих факторов можно представить аналитически, выбрав в качестве методологической основы физический принцип баланса причинно-следственных взаимодействий (causal interaction) в замкнутой физической системе [2].

Физический принцип баланса причинно-следственных взаимодействий в замкнутой физической системе в рамках данной задачи формулируется следующим образом [3]:

1. Бесконечно малое изменение урожайности под воздействием конкретного урожаеформирующего фактора пропорционально произведению *управляющего воздействия* данного фактора на *показатель восприимчивости* урожая к его действию.

2. Каждый из факторов, действующих на урожай, сообщает ему изменение, не зависящее от воздействий других факторов.

Формально этот принцип для математической модели урожая можно представить в виде обобщающего выражения:

$$\frac{\partial Y}{\partial R_i} = \alpha_i f_i \left(\frac{Y}{R_i} \right) \frac{g_i(R_i)}{h_i(R_{iextr})}, \quad (2)$$

где $\partial Y/\partial R_i$ – частная производная урожайности (Y) по i -му фактору (R_i), соответствующая интенсивности изменения Y при изменении R_i , при условии, что другие факторы (аргументы функции) не изменяются; R_i – обобщенное представление i -го фактора; α_i – безразмерная константа, характеризующая восприимчивость урожая к действию i -го фактора (может изменяться от нуля при полном отсутствии реакции урожайности на i -й фактор и до единицы при полной зависимости от данного урожаяформирующего фактора); $f_i(Y/R_i)$ – функция, характеризующая интенсивность реакции урожайности на влияние i -го фактора в пределах рассматриваемого диапазона его воздействия; $g_i(R_i)$ – функция, характеризующая величину стресса растений от отклонения i -го фактора (R_i) от оптимального уровня; $h_i(R_{iextr})$ – функция, характеризующая экстремальный стресс от воздействие i -го фактора, приводящий к потере урожая.

В соответствии с выше приведенными необходимым и достаточным условиями, соблюдаемыми при моделировании, функции, входящие в (2), должны учитывать известные «законы земледелия» и установленные опытным путем закономерности, которые формируют поле контролируемых переменных (Y, R_i). Напомним основные из них:

1) урожаяформирующие факторы равноценны по влиянию на растения и не могут заменить друг друга;

2) растения являются живым организмом с «памятью», то есть прирост урожая зависит от условий его формирования, определяемых факторами среды;

3) с приближением условий среды к оптимуму прирост урожая замедляется;

4) если условия среды (влаги, пищи, тепла и др.) находятся в оптимуме, то растения реализуют максимум урожайности;

5) при отклонении фактора от оптимального значения в любую сторону (больше, меньше) растения испытывают стресс, который снижает урожай;

6) величина отклонения фактических значений факторов среды (пищи, влагообеспеченности культуры, температур воздуха и др.) от их оптимума определяет величину стресса, испытываемого растениями при формировании урожая.

7) наибольшее влияние на снижение урожая оказывает фактор, находящийся в минимуме (закон минимума).

Учтем, что растения, как объект воздействия условий окружающей среды, при формировании урожая накладывают на основные факторы (пища, влага, тепло) двустороннее ограничение (по минимуму и максимуму). В связи с этим в системе «факторы среды (причина) – урожайность (следствие)» математическую модель

урожайности можно представить в предельно упрощенном виде в границах, симметричных относительно оптимального значения i -го фактора, при котором урожай достигает своего максимума:

$$\left. \begin{aligned} R_{i(\min)} < R_i < R_{i(\text{opt})}, \\ R_{i(\text{opt})} < R_i < R_{i(\max)}, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $R_{i(\min)}$, $R_{i(\max)}$ – условные минимальное и максимальное значения i -го фактора, при которых товарный урожай не формируется; $R_{i(\text{opt})}$ – оптимальное значение i -го фактора, при котором урожай реализует свой потенциал (достигает своего максимума).

Обобщение результатов многочисленных опытов разных авторов показало, что в пределах (3) справедливы следующие закономерности:

- реакция растений на воздействие i -го фактора пропорциональна отношению максимума урожайности (по i -му фактору) к экстремальной величине стресса растения от недостатка i -го фактора до оптимума:

$$f_i \left(\frac{Y}{R_i} \right) = \frac{Y_{i(\max)}}{R_{i(\text{opt})} - R_{i(\min, \max)}}, \quad (4)$$

где Y – урожайность; $Y_{i(\max)}$ – максимум урожайности по i -му фактору (с учетом снижения, вызванного неоптимальностью других урожаяформирующих факторов); $R_{i(\min, \max)}$ – условное минимальное или максимальное значение i -го фактора, при котором товарный урожай не формируется;

- управляющее воздействие i -го фактора на урожайность равно отношению фактического недостатка фактора до оптимума к возможному максимуму (экстремуму) этого недостатка, то есть:

$$\frac{g_i(R_i)}{h_i(R_{i\text{extr}})} = \frac{R_{i(\text{opt})} - R_i}{R_{i(\text{opt})} - R_{i(\min, \max)}}, \quad (5)$$

С учетом зависимостей (4) и (5) из уравнения (2) получим:

$$\frac{Y}{Y_{n(\max)}} = \prod_{i=1}^n \left[1 - a_i \left(\frac{R_{i(\text{opt})} - R_i}{R_{i(\text{opt})} - R_{i(\min, \max)}} \right)^2 \right], \quad (6)$$

где $Y_{n(\max)}$ – максимум урожая по n факторам (с учетом его снижения, вызванного неоптимальностью неучтенных в (6) урожаяформирующих факторов); n – количество учтенных факторов.

Благодаря мультипликативной форме в модели (6), во-первых, соблюдается упомянутый выше «закон минимума». Во-вторых, мультипликативная функция

(6) не только является математической моделью урожая, в которой каждая составляющая имеет конкретную физическую природу, но и может включать неограниченное число (n) переменных. Повторим, что эмпирический коэффициент (α_i) в (6) представляет собой безразмерную константу, характеризующую восприимчивость урожая к действию i -го фактора.

Известно, что максимальная урожайность может быть получена, если все урожаеформирующие факторы имеют оптимальное значение для конкретной культуры. Этот урожай соответствует биологическому потенциалу культуры в данных условиях. При отклонении значения любого из урожаеформирующих факторов от оптимума урожайность снижается. Если в оптимуме находится один урожаеформирующий фактор, а остальные не в оптимуме, то максимальная урожайность будет потенциальной только для данного фактора, что ниже биологического потенциала культуры. Если же в оптимуме будет находиться несколько факторов, то урожайность будет потенциальной только для этих факторов, что также ниже биологического потенциала культуры. Из сказанного следует, что чем больше урожаеформирующих факторов учитываются при моделировании урожайности, тем потенциал урожайности этих факторов ($Y_{n(max)}$) ближе к биологическому потенциалу культуры, то есть:

$$\lim_{n \rightarrow N} Y_{n(max)} = Y_{bio}, \quad (7)$$

где $Y_{n(max)}$ – максимум урожая по n факторам (с учетом его снижения, вызванного неоптимальностью $N-n$ неучтенных урожаеформирующих факторов); N – общее количество всех факторов, формирующих урожай; Y_{bio} – биологический потенциал урожайности культуры.

Таким образом, согласно (7), максимальный урожай соответствует биологическому потенциалу культуры только при учете в модели (6) всех урожаеформирующих факторов. Напомним, что ограничения (3) и уравнение (6) справедливы для факторов, накладывающих двустороннее ограничение – по минимуму и максимуму (например, пища, влага, тепло).

Проверим справедливость полученной формулы (6). Ранее нами было показано, что при моделировании урожайности сельскохозяйственных культур на автоморфных почвах в качестве показателей влаго- и теплообеспеченности можно использовать сумму атмосферных осадков и сумму или осредненные за рассматриваемый период среднесуточные либо максимальные температуры воздуха [3, 4]. С учетом этого конкретизируем формулу (6), рассматривая воздействие на урожайность уровня питания растений, выпадающих атмосферных осадков и сумм (или средних) за рассматриваемый период среднесуточных (или максимальных) температур воздуха. В этом случае:

$$\frac{Y}{Y_{(NPK,S,T)max}} = \left[1 - a_{NPK} \left(\frac{NPK_{opt} - NPK}{NPK_{opt} - NPK_{min}} \right)^2 \right] \left[1 - a_S \left(\frac{S_{opt} - S}{S_{opt} - S_{min}} \right)^2 \right] \left[1 - a_T \left(\frac{T_{opt} - T}{T_{opt} - T_{min}} \right)^2 \right], \quad (8)$$

где $Y_{(NPK,S,T)max}$ – максимум (потенциал) урожайности, полученный при оптимальных уровнях питания, влаго- и теплообеспеченности с учетом ее снижения при неоптимальности других неучтенных в (8) урожаяформирующих факторов; a_{NPK} , a_S , a_T – константы, характеризующие восприимчивость урожая к действию пищи, влаги и тепла, соответственно; NPK_{opt} , S_{opt} , T_{opt} – оптимальное количество питательных веществ, атмосферных осадков и температур воздуха, при которых достигается максимум урожая; NPK_{min} , S_{min} , T_{min} – условный, т.е. полученный для расчета в пределах (3) граничный показатель питания, влаги и тепла, соответственно, при которых товарный урожай не формируется.

Результаты и обсуждение. Справедливость формулы (8) проверена по данным урожайностей озимого тритикале и ячменя, полученных в опытах профессора Семененко Н.Н., проведенных на антропогенно-преобразованных почвах Полесской опытной мелиоративной станции (2006-2009 гг.) [5]. Результаты, приведенные на рисунке 1, получены при $a_{NPK} = 1,0$, $a_S = 1,0$ и $a_T = 1,0$ [3]. Осадки и температуры воздуха фиксировались на метеостанции «Полесская», расположенной ближе 1 км от опытного участка.

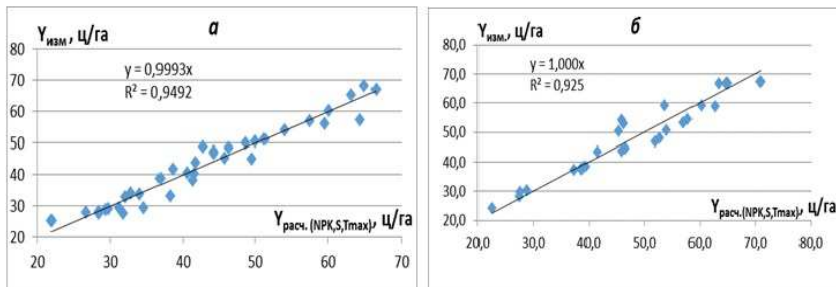


Рисунок 1 - Сравнение рассчитанных по формуле (8) и измеренных урожайностей озимого тритикале (а) и ячменя (б) [5]

Расчеты показали, что в условиях Беларуси рассматриваемые урожаяформирующие факторы по своему воздействию на урожай зерновых культур располагаются в следующей убывающей последовательности ($NPK \rightarrow S \rightarrow T$).

Приведем также результаты моделирования урожайности сахарной свеклы за 11 лет (гибрид NZ-тип), возделываемой в свеклосеющей зоне Беларуси на государственной сортоиспытательной станции («Несвижская СС») (рис. 2).

Для сахарной свеклы коэффициент a_{NPK} равен единице ($a_{NPK}=1$), а коэффициент a_S за наиболее ответственный для культуры период вегетации (май-июль включительно) для Несвижской СС оказался меньше ($a_S=0,42$). Пониженное значение данного коэффициента объясняем тем, что при расчете использовались данные по атмосферным осадкам, измеренным на ближайшей к участку метеостанции «Клецк», которая располагается на расстоянии 16,5 км.

Как видим, атмосферные осадки, выпавшие за май-июль в г. Клецк, только на 42% совпадают с осадками, выпавшими на опытный участок Несвижской СС.

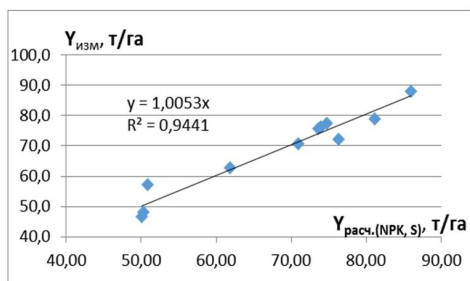


Рисунок 2 - Сравнение рассчитанных по (8) (без учета температур воздуха) и измеренных урожаев сахарной свеклы [4]

Заключение. В качестве методологической основы моделирования урожайности сельскохозяйственных культур рекомендуется использовать физический принцип баланса причинно-следственных взаимодействий (causal interaction) в замкнутой физической системе. Для основных урожаеобразующих факторов, на которые растения накладывают ограничения по минимуму и максимуму (например, пища, влага, тепло), справедлива модель:

$$\frac{Y}{Y_{n(max)}} = \prod_{i=1}^n \left[1 - a_i \left(\frac{R_{i(opt)} - R_i}{R_{i(opt)} - R_{i(min)}} \right)^2 \right]$$

Для снижения ошибки при расчете урожайности численные значения урожаеобразующих факторов необходимо измерять непосредственно на участках возделывания культур.

Список использованных источников

1. Вахонин, Н.К. Концептуальные основы моделирования урожайности в системе принятия решений по регулированию водного режима / Н.К. Вахонин // Мелиорация. – 2014. – № 2(72). – С. 7-15.
2. Лихацевич, А.П. Использование физического принципа для построения экспериментальных математических моделей исследуемых процессов в мелиоративной науке / А.П. Лихацевич // Мелиорация и водное хозяйство. – 2021. – № 6. – С. 30-36.
3. Лихацевич, А.П. Математическая модель урожая сельскохозяйственных культур / А.П. Лихацевич // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. аграр. навук. – 2021. – Т. 59. - №3. – С. 304-318.
4. Лихацевич, А.П. Оценка комплексного влияния водно-пищевого режима на урожайность сахарной свеклы / А.П. Лихацевич, Г.В. Латушкина, А.В. Малышко // Мелиорация. – 2023. – № 3 (105). – С. 22-35.
5. Семененко, Н.Н. Торфяно-болотные почвы Полесья: трансформация и пути эффективного использования / Н.Н. Семененко. – Минск: Беларуская навука, 2015. – 282 с.

6. Пенькова, Р.И. Ресурсосберегающие технологии возделывания моркови при капельном орошении в условиях Нижнего Поволжья. – Автореферат дисс. канд. с.-х. наук / Р.И. Пенькова. – Волгоград. – 2023. – 20 с.
7. Шаповалов, Н.К. Математическое моделирование управления производственным процессом на посевах сахарной свеклы / Н.К. Шаповалов, И.Е. Солдат // Достижения науки и техники АПК. – 2013. – №2. – С. 29-31.

References

1. Vakhonin, N.K. Conceptual foundations of yield modeling in the decision-making system for regulating the water regime / N.K. Vakhonin // Melioration. – 2014. – № 2 (72). – Pp. 7-15.
2. Likhatchevich, A.P. The use of the physical principle for constructing experimental mathematical models of the studied processes in reclamation science / A.P. Likhatchevich // Melioration and water management. – 2021. – No. 6. – pp. 30-36.
3. Likhatchevich, A.P. Mathematical model of crop yield / A.P. Likhatchevich // Weight. National acad. navuk Belarussi. Ser. agrar. navuk. - 2021. – Vol. 59. - No. 3. – pp. 304-318.
4. Likhatchevich, A.P. Assessment of the complex effect of the water-food regime on sugar beet yield / A.P. Likhatchevich, G.V. Latushkina, A.V. Malyshko // Land reclamation. – 2023. – № 3(105). – Pp. 22-35.
5. Semenenko, N.N. Peat-swamp soils of Polesie: transformation and ways of effective use / N.N. Semenenko. – Minsk: Belarusskaya navuka, 2015. – 282 p.
6. Penkova, R.I. Resource-saving technologies of carrot cultivation with drip irrigation in the conditions of the Lower Volga region. – Abstract of the dissertation of the Candidate of Agricultural Sciences / R.I. Penkova. – Volgograd. – 2023. – 20 p.
7. Shapovalov, N.K. Mathematical modeling of production process control on sugar beet crops / N.K. Shapovalov, I.E. Soldat // Achievements of science and technology of the agro-industrial complex. – 2013. – No.2. - pp. 29-31.