

Выводы. С помощью разработанной математической модели в среде программного комплекса MIKE SHE можно оценить динамику поступления загрязняющих веществ в водосборный бассейн р. Малый Караман, в т. ч. концентрацию NO_3 в грунтовых водах, определить количественное влияние антропогенной нагрузки, обусловленной сельхозпроизводством.

На основе результатов моделирования можно произвести обоснование мероприятий по снижению поступления загрязняющих веществ с мелиорируемых земель сельскохозяйственного назначения в водные объекты.

Список использованных источников

1 Калач, А. В. Особенности моделирования загрязнения водных объектов с использованием геоинформационной специализированной системы «MIKE SHE» / А. В. Калач, Е. С. Карпова // Проблемы управления рисками в техносфере. – 2011. – № 2(18). – С. 119–124.

2 Карпова, Е. С. Прогнозирование загрязнения о-ксилолом грунтовых вод в системе «MIKE SHE» / Е. С. Карпова // Современные технологии обеспечения гражданской обороны и ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций. – 2010. – № 1(1). – С. 33–39.

3 Jayatilaka, C. J. Simulation of water flow on irrigation bay scale with MIKE-SHE / C. J. Jayatilaka, B. Storm, L. B. Mudgway // Journal of Hydrology. – 1998. – Vol. 208, № 1–2. – P. 108–130.

4 Singh, R. Hydrological modelling of a small watershed using MIKE SHE for irrigation planning / R. Singh, K. Subramanian, J. C. Refsgaard // Agricultural Water Management. – 1999. – Vol. 41, № 3. – P. 149–166.

5 MIKE SHE modeling of ecohydrological processes: Merits, applications, and challenges / L. Ma, C. He, H. Bian, L. Sheng // Ecological Engineering. – 2016. – Vol. 96. – P. 137–149.

6 Linkage of MIKE SHE to Wetland-DNDC for carbon budgeting and anaerobic biogeochemistry simulation / J. Cui, C. Li, G. Sun, C. Trettin // Biogeochemistry. – 2005. – Vol. 72, № 2. – P. 147–167.

7 Бубер, А. А. Подготовка исходных данных для исследования влияния сельскохозяйственных угодий на бассейн реки Малый Караман / А. А. Бубер, А. А. Талызов // Экологическое состояние природной среды и научно-практические аспекты современных агротехнологий: материалы междунар. науч.-практ. конф. – Рязань: Изд-во РГАТУ, 2019. – С. 35–39.

УДК 631.432.32

А. В. Шевченко, А. С. Штанько

Российский научно-исследовательский институт проблем мелиорации, Новочеркасск, Российская Федерация

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ КРИВОЙ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩЕЙ ВПИТЫВАЮЩУЮ СПОСОБНОСТЬ ПОЧВЫ

Целью исследований является повышение точности определения параметров кривой впитывания – коэффициента водопроницаемости почвогрунта K_1 и показателя степени α , характеризующего динамику впитывания воды в почву. С этой целью был произведен сравнительный анализ двух методик определения характеристик указанной выше кривой – по объему впитавшейся воды и по скорости впитывания. Обе методики предполагают графический и аналитический способы определения параметров K_1 и α . В целях большей наглядности, восприятия, сравнения аналитических дан-

ных была построена графическая зависимость слоя впитавшейся воды от времени. Среднеквадратическое отклонение, характеризующее соответствие между расчетными и экспериментальными значениями, показывает, что коэффициенты кривой впитывания, полученные по данным о слое впитавшейся воды, устойчивее и точнее отвечают действительности, чем значения, полученные по данным о скорости впитывания воды в почву.

Ключевые слова: орошение, почва, вода, впитывание, кривая, логарифм, погрешность, эксперимент.

A. V. Shevchenko, A. S. Shtanko

Russian Scientific Research Institute of Land Improvement Problems, Novocherkassk, Russian Federation

INCREASING THE ACCURACY OF THE CURVE PARAMETERS DETERMINATION CHARACTERISING THE SOIL ABSORBING ABILITY

The aim of the research is to increase the accuracy of determining the absorption curve parameters – the coefficient of ground water permeability K_1 and the index α characterizing the dynamics of water absorption into soil. For this purpose, a comparative analysis of two methods for determining the characteristics of the above curve was carried out - by the volume of absorbed water and by the seepage velocity. Both methods involve graphical and analytical methods for determining the parameters K_1 and α . For the purposes of greater visualization, perception, and comparison of analytical data a graphical dependence of the absorbed water layer on time was constructed. The mean-square deviation characterizing the correspondence between the calculated and experimental values shows that the coefficients of the absorption curve obtained from the data on the layer of absorbed water correspond to reality more stable and more accurate than the values obtained from the data on the seepage velocity into the soil.

Key words: irrigation, soil, water, absorption, curve, logarithm, error, experiment.

Введение. Современные оросительные системы должны обеспечивать создание оптимальных воздушного, водного, солевого и пищевого режимов в среде роста и развития культивируемых растений, эффективное использование всех видов ресурсов при соблюдении экологических и природоохранных требований и ограничений [1, 2]. Впитывающая способность почвы является одной из характеристик, определяющих выбор способа и элементов технологии полива, от которых зависит компоновочно-конструктивное решение оросительной сети, режим ее работы, экологическая безопасность и эффективность орошения сельскохозяйственных культур в целом [3, 4]. В связи с этим целью настоящего исследования является повышение точности определения параметров кривой впитывания воды почвой.

В соответствии с формулой академика А. Н. Костякова скорость впитывания в момент времени t выражается зависимостью:

$$\omega = K_1 \cdot t^{-\alpha}, \quad (1)$$

где ω – скорость впитывания воды в почву через интервал времени t , мм/мин;

K_1 – коэффициент водопроницаемости почвогрунта, численно равный скорости впитывания в начале впитывания, мм/мин;

α – показатель степени, зависящий от свойств почвы и ее начальной влажности. По данным А. Н. Костякова, значения α находятся в пределах 0,3–0,8 в зависимости от свойств почв и ее начальной влажности [5].

Следует отметить, что в формуле (1) величины ω и K_1 имеют размерность

скорости, тогда как величина $t^{-\alpha}$ является безразмерной. Поэтому вычисленные для определенных единиц измерения значения K_1 и α для других единиц будут неприемлемы. Единицами измерения в практике мелиоративных расчетов приняты миллиметры в минуту [6].

Зависимость (1) является степенной функцией, график которой представляется кривой гиперболического типа с асимптотами – осями координат.

Параметры K_1 и α находятся по результатам полевых исследований скорости впитывания. Существуют различные методы определения, но суть их всех сводится к замерам слоя Δh или объема ΔW впитывающейся в различные периоды времени воды.

Скорость впитывания в момент $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ определяется зависимостями:

$$\omega = \frac{\Delta h}{t_2 - t_1} \quad (2)$$

или

$$\omega = \frac{\Delta W}{S(t_2 - t_1)}, \quad (3)$$

где Δh – толщина впитавшегося слоя воды в момент времени t , м;

t_2 – конечный момент времени впитывания, с;

t_1 – начальный момент времени впитывания, с;

ΔW – объем впитавшегося слоя воды в момент времени t , м³;

S – площадь впитывания, м².

В обоих случаях отсчет времени начинается с момента затопления площадки. Результатом опытов является совокупность значений t и ω , служащая исходной информацией для вычисления параметров кривой впитывания.

Наиболее распространенным способом определения K_1 и α является графический. Он основан на линеаризации функции (1), которая после логарифмирования принимает вид [7]:

$$\lg \omega = \lg K_1 - \alpha \lg t. \quad (4)$$

График этой функции представляется прямой линией. Это позволяет нанести на график с координатами $\lg t$ и $\lg \omega$ точки фактических значений и провести через них прямую. Пересечение ее с ординатой $\lg t = 0$, которая соответствует значению $t = 1$, определяет величину $\lg K_1$, а тангенс угла наклона прямой к оси $\lg t$ – величину α . Недостатком этого способа является определенный произвол при проведении интерполирующей прямой через экспериментальные точки.

Произвол может быть ликвидирован применением принципа наименьших квадратов [8], позволяющим найти наиболее вероятностные значения параметров линеаризованной зависимости (4). В соответствии с этим принципом наиболее вероятными значениями параметров будут такие, при которых сумма квадратов отклонений логарифмов фактических значений скорости впитывания от расчетных будет наименьшей, т. е.:

$$\sum_{i=1}^n (\lg \omega_i - \lg K_1 \cdot t_i^{-\alpha})^2 \rightarrow \min,$$

где n – количество точек наблюдений, шт.;

ω_i – опытные значения скорости впитывания в соответствующие им моменты времени t_i , мм/мин.

Записывая условия минимума этой функции в виде системы двух уравнений, полученных в результате приравнивания к нулю частных производных по логарифмам каждого из параметров, и решая ее, получим формулы для нахождения параметров:

$$\alpha = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n \lg \omega_i \cdot \lg t_i - \sum_{i=1}^n \lg t_i \cdot \sum_{i=1}^n \lg \omega_i}{\left(\sum_{i=1}^n \lg t_i \right)^2 - n \cdot \sum_{i=1}^n (\lg t_i)^2}, \quad (5)$$

$$\lg K_1 = \frac{\sum_{i=1}^n \lg \omega_i + \alpha \cdot \sum_{i=1}^n \lg t_i}{n}. \quad (6)$$

Необходимо подчеркнуть, что вычисленные по формулам (5) и (6) значения K_1 и α отвечают минимуму суммы квадратов отклонений логарифмов, а не действительных отклонений величин, т. е. $\sum_{i=1}^n (\omega_i - K_1 \cdot t^{-\alpha})^2$. Возникающая за счет этого погрешность будет тем больше, чем больше несоответствие экспериментальных точек расчетной зависимости.

Вычисление значений K_1 и α , отвечающих минимуму действительных отклонений функции, может быть произведено подбором. Задаваясь определенным значением параметра α , т. е. полагая его известным, можно определить соответствующее ему наиболее вероятное значение K_1 по формуле:

$$K_1 = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot t_i^{-\alpha}}{\sum_{i=1}^n t_i^{-2\alpha}}.$$

Определив для каждого из заданных значений α и соответствующих им K_1 сумму квадратов отклонений, можно подобрать такое α , при котором эта сумма будет минимальной.

В результате обработки достаточного количества экспериментальных данных вышеуказанными способами и последующего анализа результатов были отмечены две особенности методов, основанных на определении параметров по данным о скорости впитывания:

- показатель степени α может изменяться от 0,01 до 2,0;

- величины K_1 и α в значительной степени зависят от скорости впитывания, определенной в начальные моменты времени, и резко меняются с изменением времени определения первой точки.

В результате этих особенностей значения слоя или объема впитавшейся воды, получаемые расчетом с использованием параметров K_1 и α , часто значительно отличаются от фактических, а в случае $\alpha \geq 1$ объем впитавшейся воды вообще не может быть вычислен. В связи с тем, что параметры K_1 и α необходимы в конечном счете именно для вычисления объемов впитавшейся воды, которые и определяют основные элементы техники полива, применение таких методов определения является неоправданным.

Для рассмотрения причин указанного несоответствия отметим, что слой впитавшейся воды за время t от начала опыта определяется интегрированием выражения (1), т. е.:

$$h = \int_0^{t_2} \omega dt = \int_0^{t_2} K_1 t^{-\alpha} dt = \frac{K_1}{1-\alpha} \cdot t^{1-\alpha}. \quad (7)$$

Геометрически эта величина равна площади, ограниченной осями координат и кривой впитывания. Анализ зависимости (7) показывает, что при $\alpha \rightarrow 1$ $h \rightarrow \infty$,

а при $\alpha \geq 1$ $h < 0$, таким образом, при $\alpha \geq 1$ объем впитавшейся воды не может быть определен, так как формула (7) теряет физический смысл, в то время как формула (1) таких ограничений по α не имеет.

Далее экспериментальные значения скорости впитывания в момент времени $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ определяются, как указывалось ранее, по формулам (2) или (3), которые получены в предположении линейного изменения скорости впитывания на интервале наблюдения $\Delta t = t_2 - t_1$. Определяя значения Δh путем интегрирования в этом интервале выражения (1) и подставляя полученное значение

$$\Delta h = \int_{t_1}^{t_2} K_1 t^{-\alpha} dt = \frac{K_1}{1-\alpha} t^{1-\alpha} \Big|_{t_1}^{t_2} = \frac{K_1}{1-\alpha} (t_2^{1-\alpha} - t_1^{1-\alpha})$$

в зависимость (2), найдем аналитическое выражение для скорости впитывания, определяемой в эксперименте:

$$\omega_{\text{эксн.}} = \frac{K_1}{1-\alpha} \cdot \frac{t_2^{1-\alpha} - t_1^{1-\alpha}}{t_2 - t_1}.$$

На самом деле скорость впитывания изменяется нелинейно и в соответствии с выражением (1) в этот же момент времени определяется как:

$$\omega = K_1 \left(\frac{t_1 + t_2}{2} \right)^{-\alpha}.$$

Выражая t_1 и t_2 через t и Δt по формулам $t_1 = t - \frac{1}{2} \Delta t$, $t_2 = t + \frac{1}{2} \Delta t$ и находя отношение разности между экспериментальной и фактической скоростью впитывания к фактической скорости, получим выражение для относительной ошибки, возникающей при определении скорости впитывания посредством измерения слоя впитавшейся за определенный интервал времени воды:

$$\varepsilon_{\omega} = \frac{\left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta t}{t}\right)^{1-\alpha} - \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta t}{t}\right)^{1-\alpha}}{\frac{\Delta t}{t} (1-\alpha)} - 1. \quad (8)$$

Анализ функции (8) показывает, что ее значения увеличиваются с ростом $\frac{\Delta t}{t}$ и α . Величина отношения $\frac{\Delta t}{t}$ в измерениях может изменяться от значений, близких к нулю при больших t , до 2 при малых t . При $\frac{\Delta t}{t} = 2$ и $\alpha = 0,8$ относительная ошибка в определении скорости впитывания может достигать 187 %.

Итак, экспериментальные значения скорости впитывания в начальные моменты времени определяются с погрешностями, которые могут более чем в 2 раза превышать их собственные значения. Кроме этого, техника экспериментальных измерений не позволяет производить достаточно точные замеры в начальные моменты времени, что еще больше снижает точность.

Абсолютные значения скорости впитывания в первые моменты времени, как правило, значительно превышают все последующие. Поэтому влияние начальных точек существенно сказывается на величинах K_1 и α , что приводит к большим погрешностям их определения и резкому изменению значения в зависимости от времени опреде-

ления первой точки. Повышение точности определения скорости впитывания за счет измерения первого значения в более удаленный от начала момент времени (3–5 мин) не улучшает точности определения K_1 и α , так как при этом оказывается неучтенным значительный объем воды, впитавшейся в начальный момент.

Значительно правильнее будет определять параметры K_1 и α по данным измерения не скорости впитывания, а слоя или объема впитавшейся воды. Преимущества такого метода заключаются в следующем:

- слой или объем впитавшейся воды является первично измеряемой величиной, не требующей последующих определений скорости впитывания;

- первый замер объема впитавшейся воды может производиться в достаточно удаленный от начала впитывания момент времени. При этом потери информации о первоначально впитавшемся объеме воды происходить не будет;

- формула (7) для определения слоя впитавшейся воды, в соответствии с которой будет производиться нахождение расчетных параметров K_1 и α , не допускает получение их значений, выходящих за пределы области ее применения;

- определение параметров и оценка результатов их определения будут проводиться по объему впитавшейся воды, т. е. по наиболее интересующему нас показателю.

Техника экспериментального определения слоя впитавшейся воды практически такая же, как и при определении впитывания. В различные моменты времени нарастающим итогом определяется слой или объем впитываемой воды. Наиболее удобно в полевых условиях замерять не слой, а объем подаваемой воды с последующим вычислением слоя по формуле:

$$h = \frac{W}{S}.$$

При этом неперенным условием является необходимость учета всего объема впитавшейся воды с момента начала затопления площадки. Для этого из всего объема подаваемой воды надо вычитать объем, идущий на создание слоя расчетной глубины при первоначальном затоплении.

Дальнейшая обработка данных производится с помощью формулы (7), которая может быть представлена в виде:

$$h = K_0 \cdot t^{1-\alpha}, \quad (9)$$

где $K_0 = \frac{K_1}{1-\alpha}$, мм/мин, в соответствии с обозначениями А. Н. Костякова представляет собой скорость впитывания, среднюю за первую единицу времени [6].

Графиком функции (9) является парабола, проходящая через начало координат. Зависимость так же, как и выражение (1), может быть линеаризована логарифмированием, а следовательно, при вычислении параметров могут применяться вышеописанные способы. После логарифмирования функция принимает вид:

$$\lg h = (1 - \alpha) \lg t + \lg K_0.$$

Нанося на график с координатами $\lg h$ и $\lg t$ точки фактических значений и проводя через них прямую, можно графически определить величину $\lg K_0$ по пересечению с ординатой $\lg t = 0$ и значение $1 - \alpha$ по тангенсу угла наклона прямой к оси $\lg t$.

Минимизируя сумму квадратов отклонений логарифмов фактических значений от расчетных, т. е. из условия $\sum_{i=1}^n (\lg h_i - \lg K_0 t^{1-\alpha})^2 \rightarrow \min$, можно определить параметры по формулам:

$$\alpha = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n \lg h_i \cdot \sum_{i=1}^n \lg t_i - n \sum_{i=1}^n \lg h_i \cdot \sum_{i=1}^n \lg t_i}{\left(\sum_{i=1}^n \lg t_i\right)^2 - n \sum_{i=1}^n (\lg t_i)^2}, \quad (10)$$

$$\lg K_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \lg h_i - (1 - \alpha) \cdot \sum_{i=1}^n \lg t_i}{n}, \quad (11)$$

$$K_1 = (1 - \alpha) \cdot K_0.$$

Из условия минимума суммы квадратов отклонений фактических значений от расчетных, т. е. $\sum_{i=1}^n (h_i - K_0 t_i^{1-\alpha})^2 \rightarrow \min$, параметры можем определить подбором по α , вычисляя для каждого из задаваемых значений α вероятную величину K_0 по формуле:

$$K_0 = \frac{\sum_{i=1}^n h_i \cdot t_i^{1-\alpha}}{\sum_{i=1}^n t_i^{2(1-\alpha)}}.$$

Все ранее описанное относительно произвола графического способа и более точных результатов, полученных минимизацией суммы квадратов отклонений фактических значений от расчетных, а также размерности входящих величин относится полностью и к последним способам.

Сказанное о точности определения параметров может быть проиллюстрировано на примере определения K_1 и α по результатам экспериментальных наблюдений на одной из площадок на территории Багаевско-Садковской оросительной системы, выполненных под руководством Н. И. Червонца. В таблице 1 приведены результаты вычисления параметров по вышеописанным методам.

Таблица 1 – Результаты вычисления параметров K_1 и α

Параметр	По данным о слое впитавшейся воды				По данным о скорости впитывания			
	Линеаризованная зависимость		Нелинеаризованная зависимость		Линеаризованная зависимость		Нелинеаризованная зависимость	
	Все члены ряда	Без 1 члена	Все члены ряда	Без 1 члена	Все члены ряда	Без 1 члена	Все члены ряда	Без 1 члена
α	0,496	0,420	0,328	0,324	0,416	0,243	1,143	0,249
K_1 , мм/мин	10,456	8,215	5,830	5,752	8,757	3,768	14,298	3,788
K_0 , мм/мин	20,75	14,17	8,68	8,53	14,98	4,97	-100	5
σ , мм	39,31	21,49	10,33	10,34	22,18	25,41	<< 100	24,25

Среднеквадратическое отклонение σ , являющееся показателем соответствия между расчетными и фактическими значениями, определялось формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (h_i - K_0 t_i^{1-\alpha})^2}{n}}.$$

Из данных таблицы 1 наглядно видно, насколько устойчивее и точнее отвечают действительности параметры, полученные по данным о слое впитавшейся воды, осо-

бенно при их вычислении по нелинеаризованной формуле. Это же подтверждается графиком на рисунке 1, на котором нанесены расчетные кривые, вычисленные по характерным значениям K_1 и α .

Причиной худшей сходимости результатов, полученных по линеаризованной зависимости (таблица 1), является перераспределение в процессе обработки степени влияния отдельных точек. Для логарифмированной функции влияние замеров в первые 10 мин очень велико, хотя слой впитавшейся за это время воды относительно небольшой, тогда как для действительной функции оно значительно меньше, что хорошо видно из сопоставления графиков, представленных на рисунках 1, 2.

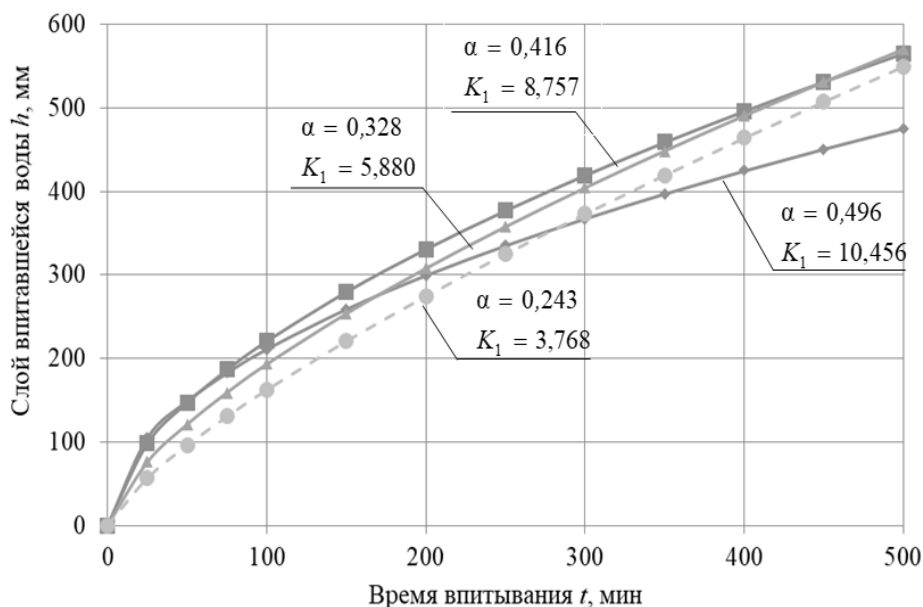


Рисунок 1 – График зависимости слоя впитавшейся воды в почву от времени впитывания $h = f(t)$

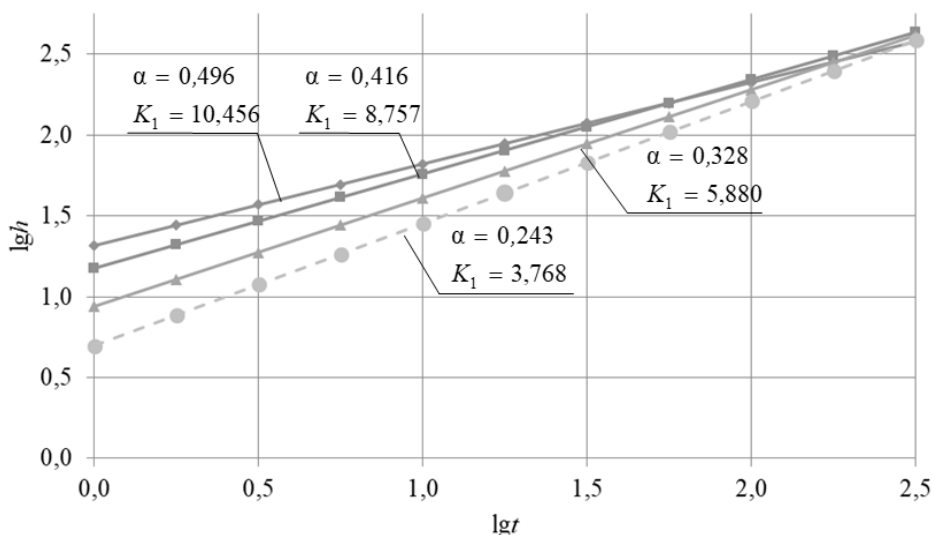


Рисунок 2 – График линеаризованной зависимости слоя впитавшейся воды в почву от времени впитывания $\lg h = f(\lg t)$

Это влияние может быть уменьшено путем отбрасывания при обработке по формулам (10), (11) точек, характеризующих впитывание в первые 5–10 мин.

Относительно способа определения и использования параметров K_1 и α следует сделать еще два замечания:

- при определении параметров по результатам измерений, проведенных в нескольких повторностях, их средние значения должны находиться путем обработки всей совокупности данных, т. е. единого ряда, включающего все изменения рядов отдельных повторностей. Ряды должны быть примерно одинаковой длины как по суммарному времени наблюдений, так и по числу членов. При отсутствии достаточного количества членов в одной из повторностей они могут быть получены графической или аналитической интерполяцией;

- вычисленные на основании экспериментальных измерений параметры K_1 и α применимы для расчетов в том интервале времени, в котором проводились наблюдения за впитыванием. Применение их для более широкого интервала времени может привести к большим погрешностям. Поэтому сведения о параметрах должны сопровождаться данными о допустимом для их использования интервале времени.

Выводы. Определение параметров формулы А. Н. Костякова – коэффициента водопроницаемости почвогрунта K_1 , численно равного скорости впитывания в первую единицу времени, и показателя степени α , зависящего от свойств почвы и ее начальной влажности, по данным наблюдений за скоростью впитывания может сопровождаться большими погрешностями. Наиболее вероятные значения параметров могут быть получены по результатам измерения слоя впитывающейся воды с последующей интерполяцией функции $h = \frac{K_1}{1 - \alpha} \cdot t^{1-\alpha}$ из условия минимизации суммы квадратов отклонений фактических значений от расчетных.

Список использованных источников

1 Оросительные системы России: от поколения к поколению: монография / В. Н. Щедрин, А. В. Колганов, С. М. Васильев, А. А. Чураев. – В 2 ч. – Новочеркасск: Геликон, 2013. – 590 с.

2 Васильев, С. М. Экологическая концепция оценки воздействия оросительных систем на ландшафты Нижнего Дона / С. М. Васильев, В. Ц. Челахов, Е. А. Васильева. – Ростов н/Д.: Изд-во СКНЦ ВШ, 2005. – 308 с.

3 Васильев, С. М. Ретроспективный анализ изменения почвенно-мелиоративных условий орошаемых почв юга Ростовской области / С. М. Васильев, Ю. Е. Домашенко // Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса: наука и высшее профессиональное образование. – 2016. – № 3(43). – С. 17–24.

4 Воеводина, Л. А. Изменение агрофизических свойств черноземных почв под влиянием капельного орошения минерализованной водой / Л. А. Воеводина // Научный журнал Российского НИИ проблем мелиорации [Электронный ресурс]. – 2011. – № 4(04). – С. 76–85. – Режим доступа: <http://rosniipm-sm.ru/archive?n=57&id=67>.

5 Голованов, А. И. Впитывание воды в почву из инфильтрометра с одиночным кольцом: теория и результаты / А. И. Голованов, И. В. Корнеев // Природообустройство и рациональное природопользование – необходимые условия социально-экономического развития России: сб. науч. тр. междунар. науч.-практ. конф. / Моск. гос. ун-т природообустройства. – М., 2005. – С. 17–22.

6 Костяков, А. Н. Основы мелиораций / А. Н. Костяков. – М.: Сельхозгиз, 1960. – 622 с.

7 Динамика поглощения воды почвой [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://life-prog.ru/1_9016_dinamika-pogloshcheniya-vodi-pochvoy.html, 2013.

8 Тептин, Г. М. Математическое моделирование: учеб.-метод. пособие / Г. М. Тептин, О. Г. Хуторова, А. А. Журавлев. – Ч. 1. – Казань: КГУ, 2009. – 16 с.